

## О МОДЕЛИРОВАНИИ ЦИРКУЛЯЦИИ ПОДЛЕДНИКОВОГО ОЗЕРА ВОСТОК (ЦЕНТРАЛЬНАЯ АНТАРКТИДА)

науч. сотр. Г.В.КАЗКО

ГНЦ РФ Арктический и антарктический научно-исследовательский институт, г. Санкт-Петербург, e-mail: aaricoop@aari.nw.ru

*Обсуждается проблема моделирования циркуляции подледникового озера Восток. Для решения данной проблемы предлагается применить специально разработанную гидродинамическую модель конвективной циркуляции в переменных завихренности — векторный потенциал, не использующую гидростатическое приближение. Приводятся некоторые результаты расчетов конвективных течений в бассейне кубической формы, демонстрирующие эффективность модели.*

*Ключевые слова:* Антарктика, подледниковое озеро, циркуляция, моделирование

Интерес к различным явлениям, сопутствующим существованию такого уникального труднодоступного объекта, каким является озеро Восток, в частности, возможность обитания в нем микроорганизмов, длительное время эволюционировавших независимо от изученных биологами экосистем, стимулировал появление ряда теоретических работ, в которых делаются попытки рассчитать его циркуляцию. В работах [1] и [2] к решению проблемы привлечены не непосредственно уравнения термогидродинамики, а различные балансовые соотношения. Эти соотношения имеют ясный физический смысл и, в принципе, позволяют, сделав разумные предположения и упрощения, качественно оценить различные аспекты исследуемого явления. Преимуществом такого подхода к решению проблемы является отсутствие необходимости длительных вычислений, к недостаткам — то, что успех в решающей степени зависит от физической интуиции исследователя, и то, что результатом в любом случае могут быть ответы лишь на весьма ограниченный список вопросов. Альтернативный подход — моделирование циркуляции при помощи гидродинамических моделей — использован в работах [3] и [4]. В этих исследованиях применялись модификации известной трехмерной гидродинамической модели в примитивных уравнениях с гидростатическим приближением, изначально разработанной для расчетов циркуляции океана [5]. Преимущества гидродинамического моделирования состоят в том, что оно требует минимального количества упрощающих предположений, позволяя, при правильном выборе модели, получить наиболее подробное и внутренне согласованное представление об исследуемом объекте. Необходимо, тем не менее, сделать одно замечание, касающееся правильности выбора модели. Известно, что характерной особенностью океанской циркуляции является резкое различие модулей горизонтальных и вертикальной компонент вектора скорости воды (на подавляющей части акватории Мирового океана модуль горизонтальной компоненты на 5–6 порядков больше модуля вертикальной). Данный факт служит обоснованием использования гидростатического приближения (удаления из уравнения баланса вертикальной компоненты импульса всех членов, содержащих вертикальную ком-

поненту скорости) в моделях общей циркуляции океана. Однако такие модели не вполне пригодны для описания конвективных процессов, сопровождающихся большими вертикальными скоростями воды, и при расчетах циркуляции в тех немногочисленных районах Мирового океана, где последние наблюдаются (Гренландское море, море Уэдделла), приходится применять специальные «конвективные приспособления» – производить «перемешивание» слоев воды, расположенных на разных глубинах, основываясь на балансовых соотношениях, имеющих лишь косвенное отношение к уравнениям гидродинамики. Оценки параметров циркуляции озера Восток, сделанные при помощи двумерной негидростатической модели [6], показали, что модули горизонтальных и вертикальной компонент скорости воды в озере отличаются лишь на один порядок, поэтому использование гидростатического приближения в моделях циркуляции озера представляется малообоснованным. Существует еще один аспект данной проблемы. Уравнения модели с гидростатическим приближением содержат только первые производные вертикальной компоненты скорости по пространственным переменным. Следовательно, при математической формулировке задачи граничные условия для вертикальной компоненты скорости не могут быть поставлены на всех границах расчетной области. В то же время корректная постановка задачи расчета течения вязкой жидкости в замкнутой области с твердыми границами требует задания условия прилипания (равенства нулю всех компонент скорости) на всех границах. Данное противоречие приводит, вообще говоря, к появлению при расчетах фиктивных источников массы, способных исказить картину циркуляции. Отказ от гидростатического приближения решает обе вышеназванные проблемы (правда, ценой усложнения модели и резкого повышения требований к вычислительным ресурсам).

Предлагаемая гидродинамическая негидростатическая модель циркуляции озера Восток, по замыслу автора, позволит с наибольшей (в настоящий момент) надежностью получить следующие результаты:

- детальную картину циркуляции и распределения температуры воды в озере;
- распределение скоростей намерзания и таяния льда на ледяном потолке озера;
- суммарный баланс намерзания и таяния льда, который, в свою очередь, с учетом скорости перемещения накрывающего озера ледника позволит оценить время полного обновления водной массы озера;
- вывод о возможной связи озера Восток с другими подледниковыми водоемами (в случае нарушения вышеупомянутого баланса);
- размеры взвешенных в воде частиц и места их повышенной концентрации, перспективные с точки зрения поиска обитающих в озере организмов;
- траектории и скорости распространения загрязняющих веществ, которые могут попасть в водное тело озера в случае проникновения в него бурового снаряда и оказаться губительными для гипотетической озерной биоты.

Модель основана на трехмерных уравнениях гидродинамики в переменных завихренность – векторный потенциал без гидростатического приближения и уравнении баланса тепловой энергии, записанных в правой декартовой системе координат с осью  $x$ , направленной на восток, осью  $y$ , направленной на юг, осью  $z$ , направленной вниз перпендикулярно границе раздела лед–вода (Южное полушарие):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \zeta_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u\zeta_x) + \frac{\partial}{\partial y}(v\zeta_x) + \frac{\partial}{\partial z}(w\zeta_x) - \zeta_x \frac{\partial u}{\partial x} - \zeta_y \frac{\partial u}{\partial y} - \zeta_z \frac{\partial u}{\partial z} + \\ & + 2\omega \left( -\frac{\partial u}{\partial x} \cos\Theta_x + \frac{\partial u}{\partial y} \cos\phi \cos\Theta_y - \frac{\partial u}{\partial z} \sin\phi \cos\Theta_z \right) = \\ & = \frac{g}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial y} \cos\Theta_z - \frac{\partial \rho}{\partial z} \cos\Theta_y \right) + A \left( \frac{\partial^2 \zeta_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta_x}{\partial y^2} \right) + k \frac{\partial^2 \zeta_x}{\partial z^2}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \zeta_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u\zeta_y) + \frac{\partial}{\partial y}(v\zeta_y) + \frac{\partial}{\partial z}(w\zeta_y) - \zeta_x \frac{\partial v}{\partial x} - \zeta_y \frac{\partial v}{\partial y} - \zeta_z \frac{\partial v}{\partial z} + \\
& + 2\omega \left( -\frac{\partial v}{\partial x} \cos \Theta_x + \frac{\partial v}{\partial y} \cos \phi \cos \Theta_y - \frac{\partial v}{\partial z} \sin \phi \cos \Theta_z \right) = \\
& = \frac{g}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial z} \cos \Theta_x - \frac{\partial \rho}{\partial x} \cos \Theta_z \right) + A \left( \frac{\partial^2 \zeta_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta_y}{\partial y^2} \right) + k \frac{\partial^2 \zeta_y}{\partial z^2};
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \zeta_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u\zeta_z) + \frac{\partial}{\partial y}(v\zeta_z) + \frac{\partial}{\partial z}(w\zeta_z) - \zeta_x \frac{\partial w}{\partial x} - \zeta_y \frac{\partial w}{\partial y} - \zeta_z \frac{\partial w}{\partial z} + \\
& + 2\omega \left( -\frac{\partial w}{\partial x} \cos \Theta_x + \frac{\partial w}{\partial y} \cos \phi \cos \Theta_y - \frac{\partial w}{\partial z} \sin \phi \cos \Theta_z \right) = \\
& = \frac{g}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} \cos \Theta_y - \frac{\partial \rho}{\partial y} \cos \Theta_x \right) + A \left( \frac{\partial^2 \zeta_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta_z}{\partial y^2} \right) + k \frac{\partial^2 \zeta_z}{\partial z^2};
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2} = -\zeta_x; \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2} = -\zeta_y; \tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial z^2} = -\zeta_z; \tag{6}$$

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial \psi_z}{\partial z} = 0; \tag{7}$$

$$u = \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z}; \tag{8}$$

$$v = \frac{\partial \psi_x}{\partial z} - \frac{\partial \psi_z}{\partial x}; \tag{9}$$

$$w = \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y}; \tag{10}$$

$$\zeta_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}; \tag{11}$$

$$\zeta_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}; \tag{12}$$

$$\zeta_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}; \tag{13}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) + \frac{\partial}{\partial z}(wT) = A \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}; \tag{14}$$

$$\rho = \rho(p, T). \tag{15}$$

Здесь  $\zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$  – компоненты вектора завихренности,  $\psi_x, \psi_y, \psi_z$  – компоненты векторного потенциала,  $u, v, w$  – компоненты вектора скорости воды,  $\omega$  – модуль вектора угловой скорости вращения Земли,  $\phi$  – широта (южная),  $g$  – мо-

дуть вектора ускорения свободного падения,  $\rho$  – плотность воды,  $A$  и  $k$  – коэффициенты горизонтального и вертикального турбулентного обмена соответственно,  $T$  – температура воды,  $\cos\Theta_x, \cos\Theta_y, \cos\Theta_z$  – направляющие косинусы вектора ускорения свободного падения  $g$  относительно соответствующих координатных осей, связанные известным соотношением  $\cos^2\Theta_x + \cos^2\Theta_y + \cos^2\Theta_z = 1$ . В качестве уравнения состояния использовано уравнение ЮНЕСКО.

Формулировка задачи в переменных завихренность – векторный потенциал позволяет использовать консервативную конечно-разностную схему, что при интегрировании конвективной задачи на длительный срок весьма полезно, если не необходимо. Несколько необычная ориентация координатных осей (ось  $z$  не вертикальна) обусловлена желанием аппроксимировать негоризонтальную, но почти плоскую поверхность раздела вода–лед, вблизи которой происходят важные процессы, такие как таяние и замерзание льда, плоскостью  $z=0$ . (Если бы данная ось была вертикальной, то эта поверхность аппроксимировалась бы «ступенчатой» функцией.)

Расчетной областью является односвязное объединение параллелепипедов с ребрами, равными  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ , аппроксимирующее водное тело озера Восток. Граничные условия ставятся только на участках плоскостей, ортогональных координатным осям. Условия прилипания для воды (все компоненты скорости на границах равны нулю), использованные в модели, в данной постановке имеют следующий вид.

Для завихренности:

$$\text{на участке плоскости, ортогональной оси } x: \zeta_x = 0, \zeta_y = -\frac{\partial w}{\partial x}, \zeta_z = \frac{\partial v}{\partial x},$$

$$\text{на участке плоскости, ортогональной оси } y: \zeta_x = \frac{\partial w}{\partial y}, \zeta_y = 0, \zeta_z = -\frac{\partial u}{\partial y},$$

$$\text{на участке плоскости, ортогональной оси } z: \zeta_x = -\frac{\partial v}{\partial z}, \zeta_y = \frac{\partial u}{\partial z}, \zeta_z = 0.$$

Для векторного потенциала:

$$\text{на участке плоскости, ортогональной оси } x: \psi_y = \psi_z = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} = 0,$$

$$\text{на участке плоскости, ортогональной оси } y: \psi_x = \psi_z = \frac{\partial \psi_y}{\partial y} = 0,$$

$$\text{на участке плоскости, ортогональной оси } z: \psi_x = \psi_y = \frac{\partial \psi_z}{\partial z} = 0.$$

Для температуры на всех вертикальных участках границы ставится условие равенство нулю потоков тепла:  $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$  ( $n$  – вектор нормали), на верхних горизонтальных участках границы (ледяном потолке) задается температура замерзания воды. На нижних горизонтальных участках границы задается геотермальный

поток:  $Q = -\rho C_v k \frac{\partial T}{\partial z}$  ( $C_v$  – удельная теплоемкость воды при постоянном объеме).

Уравнения (1) – (14) и граничные условия дискретизированы центральными разностями на конечно-разностной сетке с разнесенными узлами, обеспечивающей абсолютную консервативность конечно-разностной схемы. Интегрирование по времени конечно-разностных уравнений осуществляется как с помощью метода Кранка–Николсона (адвективные члены и члены, описывающие эффект растяжения вихревых нитей), так и полностью неявным методом (диссипативные

и кориолисовы члены). Эллиптические уравнения (4) – (6) решаются методом верхней релаксации. Таким образом обеспечивается безусловная устойчивость по Нейману численной схемы с ошибкой аппроксимации порядка  $O(\Delta t^2, \Delta x^3, \Delta y^3, \Delta z^3)$ . Модель прошла стадию отладки и проведения тестовых расчетов течений в бассейнах идеализированной формы, имевших целью проверку устойчивости и консервативных свойств конечно-разностной схемы.

На рис. 1 представлены распределения температуры в вертикальных меридиональной и зональной и горизонтальной плоскостях, проходящих через центр бассейна, рассчитанные на разных этапах эксперимента, в котором моделировалась циркуляция при наличии на дне локального термального источника. О веро-

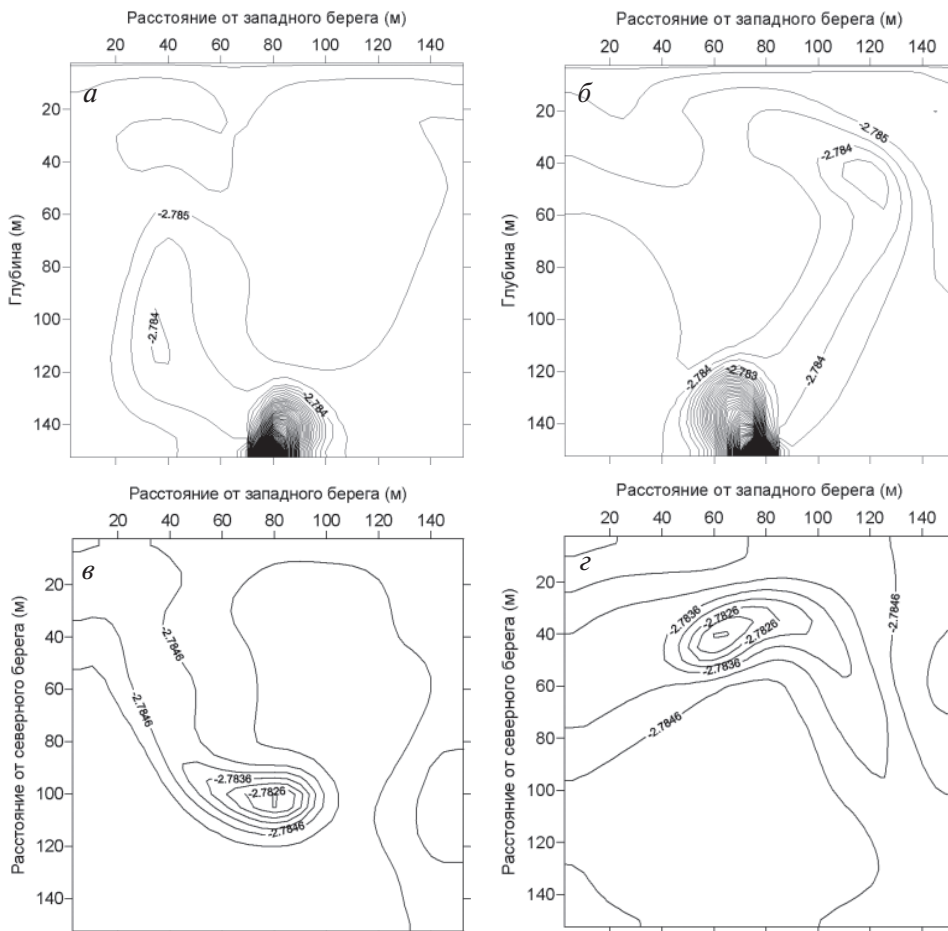


Рис. 1. Поле температуры, сформированное расположенным на дне источником тепла мощностью 50 кВт:

*а* – распределение температуры на зональной вертикальной плоскости, проходящей через центр бассейна (5 суток после начала эксперимента); *б* – распределение температуры на зональной вертикальной плоскости, проходящей через центр бассейна (11 суток после начала эксперимента); *в* – распределение температуры на горизонтальной плоскости, проходящей через центр бассейна (5 суток после начала эксперимента); *з* – распределение температуры на горизонтальной плоскости, проходящей через центр бассейна (11 суток после начала эксперимента)

ятности существования подобных источников свидетельствует факт обнаружения в аккреционном льду термофильных бактерий. Расчетной областью являлся бассейн кубической формы с длиной ребра 150 м, в котором задавались условия, характерные для акватории озера Восток (такие же давление, температура и ориентация угловой скорости вращения Земли относительно декартовой системы координат с осью  $z$ , направленной вертикально вниз, осью  $y$  — на юг). Соленость полагалась равной нулю. На границах бассейна задавались условия прилипания для скорости воды и нулевые потоки тепла на всех границах, кроме верхней, на которой задавалась температура таяния льда (*in situ*), и расположенного в центре нижней границы квадрата размером  $10 \times 10$  м, на котором задавался равномерно

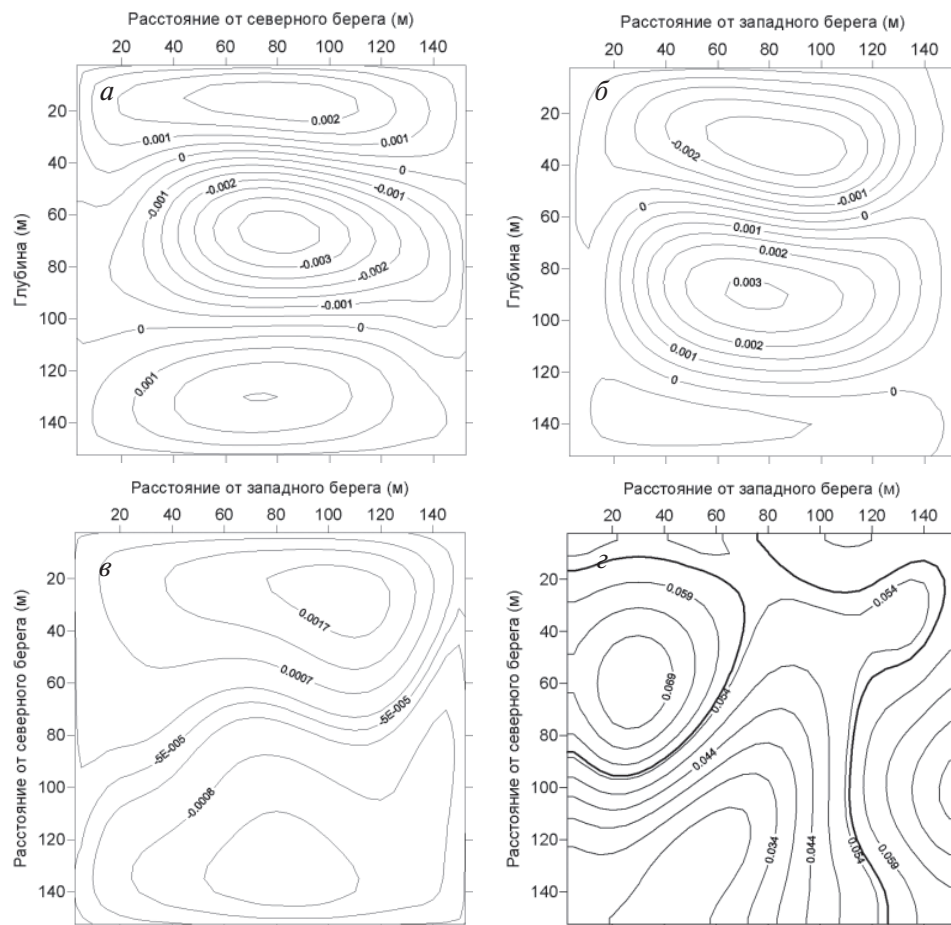


Рис. 2. Циркуляция в бассейне с наклонным ледяным потолком через 32 дня после начала эксперимента:

*a* — распределение зональной компоненты скорости на меридиональной вертикальной плоскости, проходящей через центр бассейна, положительное значение скорости соответствует восточному направлению; *б* — распределение меридиональной компоненты скорости на зональной вертикальной плоскости, проходящей через центр бассейна, положительное значение скорости соответствует южному направлению; *в* — распределение вертикальной компоненты скорости на горизонтальной плоскости, проходящей через центр бассейна, положительное значение скорости соответствует направлению вниз; *г* — распределение потока тепла на верхней границе бассейна, жирная изолиния соответствует геотермальному потоку

распределенный поток тепла суммарной мощностью 50 кВт. В начальный момент времени вода в бассейне находилась в состоянии покоя. Обращает на себя внимание ярко выраженный нестационарный характер циркуляции при стационарности порождающей ее причины.

На рис. 2 представлены некоторые результаты другого численного эксперимента. В нем при тех же начальных условиях, что и в первом эксперименте, моделировалась циркуляция в таком же кубическом бассейне, наполненном пресной водой, но при других граничных условиях. Бассейн был ориентирован относительно вектора ускорения свободного падения таким образом, что наклон его верхней границы (относительно горизонтальной поверхности) совпадал с наклоном ледяного потолка озера. При этом ось  $y$  была направлена на юг. Для скорости воды задавались условия прилипания на всех границах, для температуры – условие теплоизолированности боковых границ, температура таяния льда на верхней и условие, соответствующее геотермальному потоку тепла, равному  $0,056 \text{ Вт/м}^2$ , на нижней границе. В этом эксперименте течение также оказалось нестационарным при стационарности граничных условий.

Можно отметить, что воспроизводимые моделью модули горизонтальных и вертикальных компонент скорости воды, по крайней мере с точностью до порядка, совпадают с их оценками, приведенными в работах [1], [2], [3].

В настоящее время модель адаптируется для расчетов конвективной циркуляции в области, аппроксимирующей водное тело озера Восток. На рис. 3 показана перевернутая для наглядности «вверх дном» расчетная область с разрешением  $25 \times 25 \times 25$  ячеек. Любопытно, что даже при таком грубом разрешении, позволяющем производить численные эксперименты с использованием имеющихся в распоряжении автора вычислительных ресурсов, расчетная область воспроизводит основные особенности рельефа дна озера Восток.

Изложенное позволяет, по мнению автора, сделать вывод о пригодности предложенной модели к изучению конвективных течений и, в частности, к исследованию циркуляции озера Восток с целью получения перечисленных выше результатов.

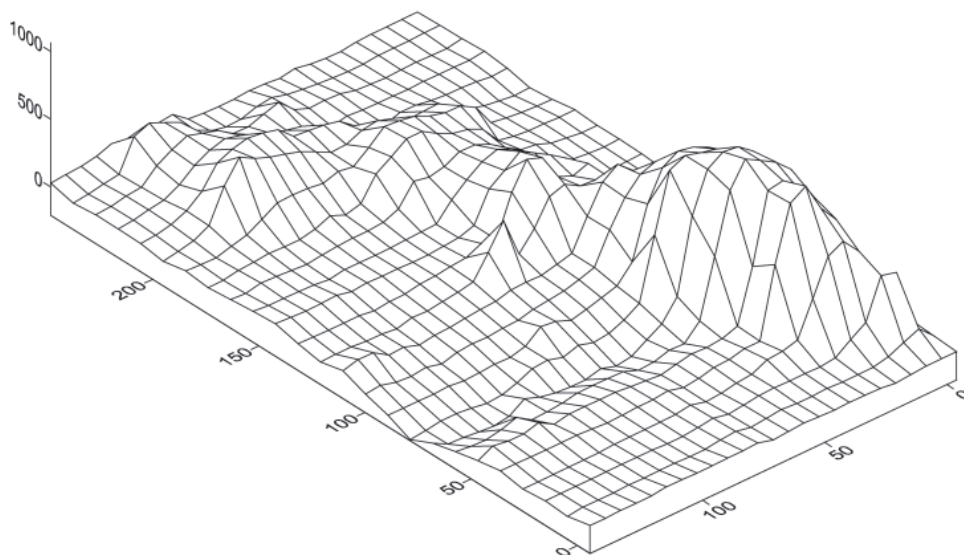


Рис. 3. Перевернутая «вверх дном» расчетная область с разрешением  $25 \times 25 \times 25$  ячеек



#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wiüst A., Carmack E.* A priori estimates of mixing and circulation in the hard-to-reach water body of Lake Vostok // *Ocean Modelling*. 2001. Vol. 2. P. 29–49.
2. *Petit J-R.* Geophysical, geochemical, glaciological and energy balance model constraints to the lake Vostok // *Материалы гляциологических исследований*. М., 2004. Вып. 97. С. 91–100.
3. *Williams M.J.M.* Application of a three-dimensional numerical model to Lake Vostok: An Antarctic subglacial lake // *Geophysical research letters*. 2001. Vol. 28. № 3. P. 531–534.
4. *Mayer C., Grosfeld K., Siegert M.J.* Salinity impact on flow a lake ice in Lake Vostok, Antarctica // *Geophysical research letters*. 2003. Vol. 30. № 14. P. 81–84.
5. *Gerdes R.* A primitive equation ocean circulation model using a general vertical transformation. Part 1: Description and testing of the model // *J. Geophys. Res.* 1993. Vol. 98. № 14. P. 683–701.

*G.V.KAZKO*

#### **ON THE MODELLING OF SUBGLACIAL LAKE VOSTOK CIRCULATION (CENTRAL ANTARCTICA)**

*Different approaches to a problem of subglacial lake Vostok circulation modelling and main goals of the study are discussed. The hydrodynamical non-hydrostatic water circulation model based on vorticity vectorial potential variables is developed to solve the problem. Some results of convective circulation modelling in rectangular basin to illustrate the model efficiency are presented.*

*Keywords:* Antarctica, subglacial lake, circulation, modelling.